

Ա.Ի.Ալիխանյանի անվան ԱԶԳԱՅԻՆ ԳԻՏԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆ

Լազարյան Գրաչյա Աշոտի

Փաճր ջերմաստիճաններում ${}^3\text{He}$ -ի մագնիսական
հարկությունները և քվանտային խճճվածությունը

Ա.04.02 - "Տեսական ֆիզիկա" մասնագիտությամբ
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական
ասպիրանտի հայցման արեւնախտության

ՄԵՂՍԱԳԻՐ

Երևան 2011

НАЦИОНАЛЬНАЯ НАУЧНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ
имени А.И. Алиханяна

Лазарян Грачя Ашотович

Магнитные свойства и квантовая запутанность ${}^3\text{He}$ при
низких температурах

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.04.02-"Теоретическая физика"

Ереван 2011

Արեւնախոսության թեման հասարակած է Երևանի պետական համալսարանում:

Քիմիական դեկանատ

- Ֆիզմաթ. գիտ. դոկտոր, պրոֆ.
Ն. Ս. Անանիկյան

Պաշտոնական ընդգրկման ցուցանիշներ

- Ֆիզմաթ. գիտ. դոկտոր
Ա.Պ. Ներսեսյան (ԵՊՀ, Երևան)
- Ֆիզմաթ. գիտ. թեկնածու
Վ.Վ. Պապոյան (ՄՏՄԻ, Դուբնա)

Առաջատար կազմակերպություն

- Է. Անդրոնիկաշվիլի անվան Ֆիզիկայի
ինստիտուտ, Թբիլիսի, Վրաստան

Պաշտպանությունը կկայանա 2011թ. հունիսի 7-ին ժամը 16.00-ին, Ա.Ի.Ալիխանյանի անվան Ազգային գիտական լաբորատորիայում գործող ԲՈՏ-ի 024 մասնագիտական խորհրդի նիստում (0036, Երևան, Ալիխանյան Եղբայրների փող. 2):

Արեւնախոսությանը կարելի է ծանոթանալ Ա.Ի.Ալիխանյանի անվան Ազգային գիտական լաբորատորիայի գրադարանում:

Ստղագիրն առաքված է մայիսի 6-ին 2011թ.

Ստանագիտական խորհրդի գիտ. քարտուղար,
Ֆիզմաթ. գիտ. դոկտոր,

Յ. Մարտիրոսյան

Է. Ղ. Գազազյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете.

Научный руководитель - доктор физ.-мат. наук, проф.
Н. С. Ананикян

Официальные оппоненты - доктор физ.-мат. наук
А. Нерсисян (ЕГУ, Ереван)
- кандидат физ.-мат. наук
В. В. Папоян (ОИЯИ, Дубна)

Ведущая организация - Институт физики им. Э. Андроникашвили,
Тбилиси, Грузия

Защита диссертации состоится 7 июня 2011 года в 16.00 часов на заседании специализированного совета ВАК 024, действующего при Национальной физической лаборатории им. А.И. Аликханяна (0036, г. Ереван, ул. Братьев Аликханян 2).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Национальной физической лаборатории имени А.И. Аликханяна.

Автореферат разослан 6 мая 2011г.

Ученый секретарь спец. совета, д.ф.м.н. *Յ. Մարտիրոսյան* Դ. Գազազյան

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Исследования магнитных явлений и магнитных свойств материалов имеют долгую историю [1]. Теории магнетизма и связанные с ними проблемы составляют быстро развивающуюся область исследований в современной теории физики конденсированных сред и тесно связаны со многими другими областями физики (математика, биофизика, химия и материаловедение). Эти исследования имеют широкое применение в различных областях электроники, компьютерной техники и т.д. Неожиданное открытие медно-оксидных высокотемпературных сверхпроводников в 1986 году [2] не только вызвало надежду, что в дальнейшем мы будем иметь в своем распоряжении материалы, которые проявляют сверхпроводимость при комнатной температуре, но и открыла новый этап в исследовании магнитных явлений. В этой связи исследование магнитных свойств двумерных решеток является одним из ключевых компонентов высокотемпературной сверхпроводимости. Одним из самых замечательных достижений в этой области – прогресс в изучении магнетизма в твердом ${}^3\text{He}$. Слои жидкого и твердого ${}^3\text{He}$, нанесенные на поверхность графита, играют важную роль при изучении магнитных свойств гелия [3], [4]. Первые два слоя этой системы образуют двумерную треугольную решетку, а третий слой является системой частиц со спином $1/2$ на решетке кагоме [5]. Так как частицы ${}^3\text{He}$ являются фермионами со спином $1/2$, то разумно предположить, что твердый ${}^3\text{He}$ является системой локализованных тождественных фермионов. Микроскопическая теория магнетизма для таких систем основана на концепции перестановки частиц. Как экспериментальные [6], так и теоретические [7] исследования показывают, что трехчастичное взаимодействие является доминирующим в данной системе. Для описания слоев твердого ${}^3\text{He}$, можно использовать модель Гейзенберга с многочастичным обменным взаимодействием, что приводит к появлению различных упорядоченных фаз и плато намагниченности [8].

Изучение выше упомянутых плато намагниченности является одним из основных направлений современной деятельности в области нетривиальных квантовых эффектов в физике конденсированных сред. Несмотря на чисто квантовое происхождение этого явления, недавно было показано, что плато намагниченности может появиться и в моделях Изинга, и в некоторых случаях иметь полное качественное соответствие с соответствующей моделью Гейзенберга.

В статистической механике статистическая сумма Z является важ-

ной величиной, которая определяет статистические свойства системы в термодинамическом равновесии. Термодинамические функции системы, такие как полная энергия, свободная энергия, энтропия, могут быть выражены через статистическую сумму или через ее производные. Для рекурсивных решеток можно найти точное рекуррентное соотношение для статистической суммы и исследовать свойства системы методами теории динамических систем для случая одномерных и многомерных отображений [9, 10]. Кагоме решетку можно аппроксимировать рекурсивной решеткой Хусими. Исследование магнитных свойств разных решеток с помощью динамического подхода, а также методом трансфер-матриц, является предметом интенсивных исследований. (см. [11, 12]).

Когда система претерпевает фазовый переход, некоторые термодинамические величины (такие, как свободная энергия) становятся сингулярными в точках фазового перехода. Так как термодинамические функции можно выразить через статистическую сумму, то, для исследования фазовых переходов, важно исследовать статистическую сумму системы, в частности, нули статистической суммы. В 1952 году Янга и Ли [13, 14] предложили метод для исследования фазовых переходов при помощи нулей статистической суммы в комплексной области (нули Янга-Ли). В своих основополагающих работах они исследовали статистическую сумму ферромагнитной модели Изинга как полином по отношению к параметру $e^{-\frac{2h}{k_B T}}$, где h - величина комплексного магнитного поля выраженная в энергетических единицах, и доказали теорему, которая утверждает, что для модели Изинга комплексные нули статистической суммы расположены на окружности единичного диаметра на комплексной плоскости. Они показали, что в термодинамическом пределе система претерпевает фазовый переход только в том случае, когда распределение нулей Янга-Ли на комплексной плоскости пересекает положительную действительную ось. Позже Фишер [15] начал исследование нулей статистической суммы на комплексной температурной плоскости (Фишеровские нули). Фишер показал, что комплексно-температурные нули статистической суммы модели Изинга, при отсутствии магнитного поля на квадратной решетке, располагаются на двух окружностях $|\nu \pm 1| = \sqrt{2}$, где $\nu = \tanh(J/2k_B T)$.

Являясь, зачастую, удобным инструментом для описания физической системы, нули статистической суммы вызывают к себе интерес и были исследованы для разных спиновых систем, таких как иерархические решетки, где был использован подход динамических систем [16],[17].

Запутанность, как одна из наиболее интересных особенностей кван-

товой механики, является предметом интенсивных исследований [18, 19]. Помимо того, что запутанность играет важную роль в квантовых вычислениях [20], она также открывает новые перспективы в задачах различных систем, состоящих из многих частиц, в частности, запутанность может характеризовать особенности квантового фазового перехода (КФП) [21]. Многие работы [22]-[25] были посвящены пониманию соотношения между КФП и запутанности в различных системах, однако, большинство из предыдущих работ по КФП и запутанности были ограничены моделями с парными взаимодействиями; модели с трех- или четырех-частичными взаимодействиями менее изучены [26]-[28]. Существуют разные величины для количественного описания квантовой запутанности [18]. В диссертации используется конкуренция [29] как мера квантовой запутанности для систем со спином 1/2.

Определение свойств запутанности для систем с большим количеством частиц является сложной задачей, поскольку в этом случае собственные функции и собственные значения не могут быть найдены точно. При помощи вариационного подхода аппроксимацией средним полем, основанного на неравенстве Гиббса-Боголюбова [30]-[32], можно свести изучение решетки состоящих из многих частиц к ограниченному кластеру, находящемуся в эффективном среднем поле и рассчитать квантовую запутанность [33].

Целью диссертационной работы является исследование магнитных свойств, критического поведения и запутанности разных моделей являющемся приближением ${}^3\text{He}$: моделей Изинга и Гейзенберга на рекуррентных решетках, цепочках и лестницах с многочастичными взаимодействиями, а именно:

1. Используя метод динамических систем, исследовать магнитные свойства модели Изинга с двух- и трех-частичными взаимодействиями на решетке кагоме. Теоретически доказать существование плато на кривой намагниченности при низких температурах. А также исследовать ляпуновский показатель на плато намагниченности.
2. Используя метод динамических систем, исследовать нули Янга-Ли и фишеровские нули модели Изинга с двух- и трех-частичными взаимодействиями на решетке кагоме.
3. Используя метод динамических систем, исследовать магнитные свойства модели Изинга с двух-, трех- и шести-частичными взаи-

модействиями на цепочке кагоме. Показать существование плато на кривой намагниченности и сравнить с аналогичными плато ляпуновских показателей.

4. Применить теорию аппроксимации средним полем, основанного на неравенстве Гиббса-Боголюбова к моделям Гейзенберга на решетке кагоме, треугольной решетке и зигзаг-лестнице.
5. Исследовать связь между магнитными свойствами и квантовой запутанностью на решетке кагоме, декорированной треугольной решетке и декорированной зигзаг-лестнице с двух-, трех- и четырехчастичным обменным взаимодействием.

Научная новизна.

Используя динамический метод рекуррентных отображений, получено рекуррентное соотношение для статистической суммы для модели Изинга на решетке кагоме. При помощи этих отображений, были получены плато намагниченности. Вычислен ляпуновский показатель на плато намагниченности. Впервые исследованы комплексные нули статистической суммы для этой модели.

Применением динамического метода рекуррентных отображений для модели Изинга на одномерной цепочке кагоме, построены графики зависимости намагниченности от внешнего магнитного поля. Показано, что эта система разбивается на четыре подрешетки с разными намагниченностями. Намагниченности на двух из подрешеток имеют плато и эти плато совпадают с плато ляпуновского индекса.

Используя метод аппроксимации средним полем, основанный на неравенстве Гиббса-Боголюбова, для модели Гейзенберга с двух-, трех- и четырехчастичным обменным взаимодействием на разных решетках, а именно, на решетке кагоме, треугольной решетке и зигзаг-лестнице, рассчитана конкуренция (мера квантовой запутанности) и показано, что ее свойства аналогичны свойствам намагниченности.

Практическая и теоретическая ценность.

Показано, что динамический метод рекуррентных отображений позволяет исследовать критическое поведение многих физических систем, таких как твердый и жидкий ^3He . Полученные результаты могут быть использованы в экспериментальных исследованиях плато намагниченности, проводимых в SPEC (Saclay, France), Institut Neel (Grenoble,

France), ATT Bell Laboratories (New Jersey, U.S.A.), Stanford University (California, U.S.A.), University of Insubria (Italy).

Использованный метод аппроксимации средним полем, основанный на неравенстве Гиббса-Боголюбова для модели Гейзенберга с многочастичным обменным взаимодействием, позволяет свести изучение решетки состоящих из многих частиц, к ограниченному кластеру находящемуся в эффективном среднем поле и рассчитать квантовую запутанность.

Основные положения, выносимые на защиту.

На защиту выносятся следующие результаты по исследованию спиновых явлений и критических свойств в статистической физики:

1. Для модели Изинга на решетке кагоме, применением метода динамических систем, получены точные рекуррентные отображения для статистической суммы [1]. Построены кривые намагниченности для модели Изинга на зигзагообразной лестнице. Показано, что при низких температурах имеется плато намагниченности при значении $m = 1/3$. Вычислена зависимость ляпуновского показателя от внешнего магнитного поля и показано, что показатель приближается к нулю [1]. Методом динамических систем исследованы нули Янга-Ли и показано, что в ферромагнитном случае нули Янга-Ли нули расположены на дуге окружности единичного радиуса. Методом динамических систем исследованы фишеровские нули и найдена критическая температура фазового перехода в ферромагнитном случае при $h = 0$ [2].
2. Методом динамических систем исследованы магнитные свойства модели Изинга на одномерной решетке кагоме. Получены одномерное и двумерное рекуррентные отображения для статистической суммы. Построены графики намагниченности и показано, что эта система разбивается на четыре подрешетки с разными намагниченностями. Намагниченности на двух из подрешеток имеют плато и эти плато совпадают с плато ляпуновского индекса [3].
3. Для модели Гейзенберга с двух-, трех- и четырехчастичным обменными взаимодействиями, на разных решетках, а именно, на решетке кагоме, треугольной решетке и зигзаг-лестнице, рассчитана конкуренция (мера квантовой запутанности) применением метода аппроксимации средним полем, основанного на неравен-

стве Гиббса-Боголюбова, и показано, что ее свойства аналогичны свойствам намагниченности. [4].

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались диссертантом на международной конференции "The XIV-th International Conference on Symmetry Methods in Physics (SYMPHYS-XIV)" (August 16 - 22, 2010, Tsaghkadzor, Armenia), а так же на семинарах кафедры теоретической физики факультета физики ЕГУ.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 4 научных работы, список которых приводится в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа изложена на 105 страницах, состоит из введения, 4 глав, заключения и списка цитированной литературы, включающего 130 наименований.

Содержание работы

Во введении (Глава 1) обоснована актуальность темы и сделан краткий обзор по проблемам затронутым в диссертации. Изложены практическая ценность и краткое описание работы.

Во второй главе рассмотрена модель Гейзенберга с двух- и трех-частичными взаимодействиями на решетке кагоме в сильном магнитном поле. (см. Рис.1а). В сильном, направленном по оси z , магнитном поле вклад от x и y компонент вектора \vec{s} будет невелик по сравнению с z компонентой, которая будет принимать в этом случае значения $s_z = \pm 1$, то есть модель Гейзенберга можно аппроксимировать моделью Изинга на решетке кагоме. Гамильтониан с двух- и трех-частичными взаимодействиями имеет следующий вид:

$$\mathcal{H} = \frac{J_2}{2} \sum_{\{i,j\}} (1 + s_i s_j) - \frac{J_3}{2} \sum_{\{i,j,k\}} (1 + s_i s_j + s_j s_k + s_k s_i) - h \sum_{\{i\}} s_i, \quad (1)$$

где $h = \frac{1}{2} \hbar B$, s_i принимает значения ± 1 , а J_2 и J_3 – константы взаимодействия. Решетка кагоме может быть аппроксимирована рекурсивной решеткой (деревом) Хусими (см. Рис. 1), т. к. рекурсивная решетка дает возможность получить точное рекурсивное соотношение для статистической суммы и применить теорию динамических систем. Выведены рекуррентные соотношения для ветвей статистической суммы. Показано,

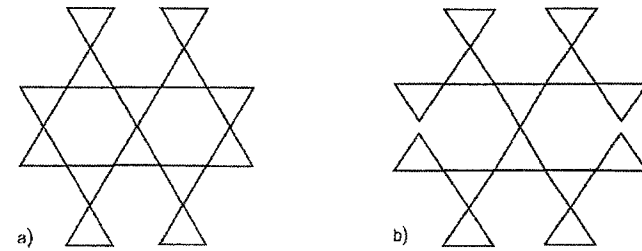


Рис. 1: а) решетка кагоме б) решетка (дерево) Хусими

что в антиферромагнитном случае, при низких температурах, на кривой намагниченности, при $m = 1/3$ наблюдаются плато (см. Рис.2б). Вычислен ляпуновский показатель для трехмерного отображения при низких температурах. Показано, что для некоторых значений параметров двойного и тройного взаимодействия, в антиферромагнитном случае, максимальный ляпуновский показатель приближается к нулю (см. Рис.2а).

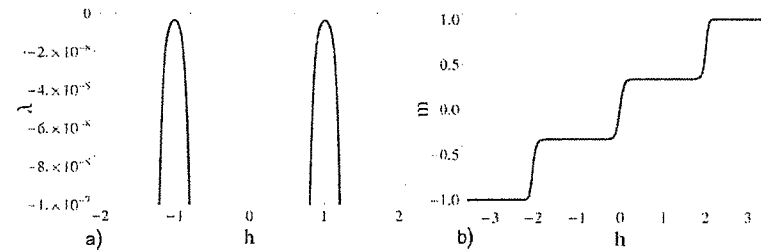


Рис. 2:

Зависимость показателя Ляпунова (а) и кривой намагниченности (б) от магнитного поля для значений обменных параметров $J_2 = 3mK$, $J_3 = 2mK$, температуры $T = 0.05mK$ и итераций $N = 1\,500\,000\,000$.

Изучая динамику рекурсивного соотношения, найдены Нули Янгалли и фишеровские нули системы в терминах неподвижных точек рекурсивного соотношения. Было показано, что при наличии двух притягивающих неподвижных точек, фишеровские нули расположены внутри метастабильного региона на комплексной $e^{\frac{2(J_3 - J_2)}{T}}$ плоскости и совпа-

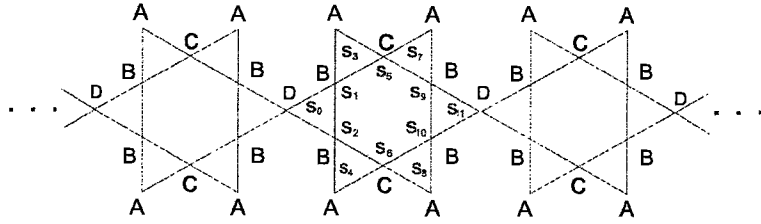


Рис. 3: Подрешетки одномерной цепочки кагоме

дают с линиями где $|\lambda_1| = |\lambda_2|$. Расположение фишеровских нулей, при разных значениях констант взаимодействия, а также значение магнитного поля, были графически отображены. Показано наличие фазового перехода, как в реальной, так и в комплексной области на температурной плоскости. Результаты этой главы опубликованы в работах [1, 2].

В третьей главе применяя метод динамических систем, рассматривается модель изинговское приближение модели Гейзенберга с двух-, трех- и шести-частичными взаимодействиями с гамильтонианом на одномерной цепочке кагоме:

$$H = \frac{J_2 - J_3}{2} \sum_{Triangles} (s_i s_j + s_j s_k + s_k s_i) + \frac{J_6}{2} \sum_{Hexagons} H^{(6)} - h \sum_i s_i, \quad (2)$$

где $H^{(6)}$ – вклад шести-частичного обменного взаимодействия:

$$H^{(6)} = \frac{1}{8} \left(1 + \sum_{\mu < \nu} s_\mu s_\nu + \sum_{\mu < \nu < \lambda < \rho} s_\mu s_\nu s_\lambda s_\rho + s_1 s_2 s_5 s_6 s_9 s_{10} \right) \quad (3)$$

Построены графики зависимости намагниченности от внешнего магнитного поля при различных константах обменного взаимодействия и температурах и показано, что эта система разбивается на четыре подрешетки с различными намагниченностями. Намагниченности подрешеток (B,C) (см. Рис.3) имеют плато, при $m = 0$ и $m = 1/3$. и эти плато совпадают с плато ляпуновского индекса. Результаты этой главы опубликованы в работе [3].

В четвертой и пятой главах рассмотрены несколько моделей аппроксимирующие твердый и жидкий 3He :

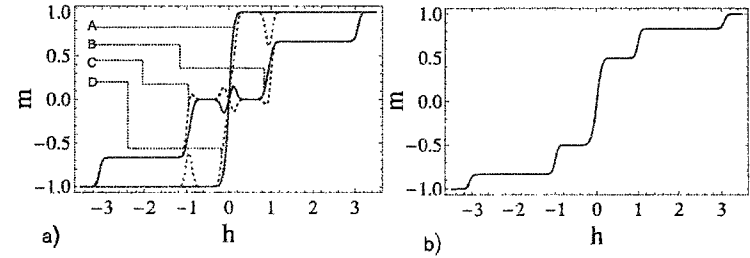


Рис. 4: а) Зависимость намагниченности от внешнего поле $J_2 = 2mK, J_3 = 1.5mK, J_6 = 2mK, T = 0.04mK$ для разных подрешеток б) средняя намагниченности всех подрешеток.

- Модель Гейзенберга с двух-, трех- частичными взаимодействиями на кагоме решетке

$$H = \sum_{Triangles} \left[\frac{J_2 - J_3}{2} (\sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_k + \sigma_k \sigma_i) - \frac{h}{2} (\sigma_i^z + \sigma_j^z + \sigma_k^z) \right], \quad (4)$$

где $\sigma_i = \{\sigma_i^x, \sigma_i^y, \sigma_i^z\}$ – матрицы Паули для вершин i .

- Модель Гейзенберга с двух-, трех- и четырех-частичными взаимодействиями на декорированной треугольной решетке.
- Модель Гейзенберга с двух-, трех- и четырех-частичными взаимодействиями на декорированной зигзаг решетке.

$$H = \frac{J_2}{2} \sum_{i,j} \sigma_i \sigma_j - \frac{J_3}{2} \sum_{i,j,k} (\sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_k + \sigma_k \sigma_i) + \frac{J_4}{4} \sum_{i,j,k,l} \left(\sum_{\nu < \mu} \sigma_\nu \sigma_\mu + G(i, j, k, l) \right) - h \sum_i \sigma_i^z, \quad (5)$$

где

$$G(\sigma_i, \sigma_j, \sigma_k, \sigma_l) = (\sigma_i \sigma_j)(\sigma_l \sigma_k) + (\sigma_i \sigma_l)(\sigma_j \sigma_k) - (\sigma_i \sigma_k)(\sigma_l \sigma_j). \quad (6)$$

С помощью неравенства Гиббса-Боголюбова

$$F \leq F_0 + \langle H - H_0 \rangle_0, \quad (7)$$

где H – истинный гамильтониан, который описывает систему, а H_0 – некий пробный гамильтониан. F и F_0 есть свободные энергии соответствующие H и H_0 , а $\langle \dots \rangle_0$ – означает статистическое усреднение по пробному гамильтониану H_0 . Применяя вариационную теорию среднего

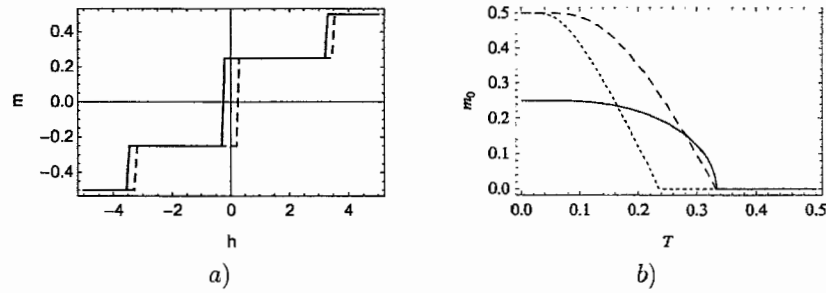


Рис. 5:

- (а) Зависимость намагниченностей двух подрешеток от магнитного поля h при $J_3 = 2.5$ мК, $J_4 = 2$ мК и $T = 0.01$ мК и $J_2 = 2$ мК ,
 б) Зависимость намагниченности m_0 (сплошная линия) и конкуренции (штриховая линия – недиагональные спины, пунктирная линия – диагональные спины) при нулевом внешнем поле от температуры T при $J_2 = 2$ мК, $J_3 = 2.5$ мК и $J_4 = 2$ мК.

поля, основанную на неравенстве Гиббса-Боголюбова, можно упростить истинный гамильтониан и найти его собственные значения и векторы. Выбирая пробный гамильтониан H_0 так, чтобы он содержал некоторые неизвестные параметры и, минимизируя правую сторону неравенства Гиббса-Боголюбова, можно найти такие значения неизвестных параметров, для которых пробный гамильтониан H_0 максимально хорошо аппроксимирует истинный гамильтониан H . Собственные векторы гамильтониана $H_0^{(i)}$ в общем случае не зависят от параметров и найдены методом диагонализации.

Построены графики зависимости намагниченности от внешнего магнитного поля (рис. 5а) при разных константах обменного взаимодействия и температурах и показано, что для корректного описания антиферромагнитного взаимодействия пробный гамильтониан должен разбиться на две подрешетки с разными намагниченностями. Показана зависимость при нулевом поле m_0 от температуры T (рис. 5б сплошная

линия). Как можно видеть из этого графика, в отсутствие поля намагниченность одной подрешетки постепенно стремится к нулю, при определенной критической температуре T_C . Эта точка является точкой фазового перехода второго рода между упорядоченной и неупорядоченной фазами.

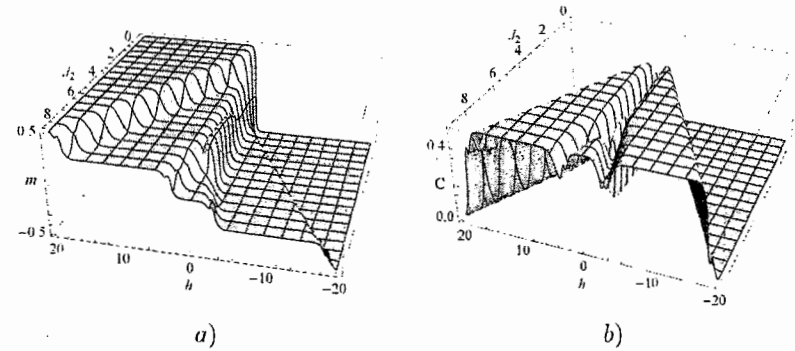


Рис. 6:

- Зависимость (а) намагниченности m , (б) конкуренции $C(\rho)$ для недиагональных спинов от магнитного поля h и константы взаимодействия J_2 при $J_3 = 2.5$ мК, $J_4 = 2$ мК и $T = 0.5$ мК.

Метод среднего поля позволяет рассматривать только один кластер зигзаг лестницы в эффективном среднем поле γ и рассчитать квантовую запутанность, изучать ее свойство. В качестве меры для квантовой запутанности использована конкуренция [29]. Рассмотрена связь свойств статистических и квантовых характеристик системы. На рис. 5б штрихованной линией показана конкуренция $C(\rho)$ как функции от T при нулевом внешнем поле и фиксированными $J_2 = 2$ мК, $J_3 = 2.5$ мК и $J_4 = 2$ мК. Сравнивая с аналогичным графиком для намагниченности (рис. 5б сплошная линия), можно сказать, что в отсутствие поля конкуренция исчезает при той же критической температуре T_C , что намагниченность. На рис. 6 показаны намагниченность (рис.6а) и конкуренция $C(\rho)$ (рис.6б) как функции от J_2 и внешнего поля h (при фиксированном $J_3 = 2.5$ мК, $J_4 = 2$ мК и $T = 0.1$ мК). Сравнивая эти графики, можно увидеть схожесть поведения намагниченности и конкуренции. При тех значениях J_2 и h , когда наблюдается плато намагниченности, конкуренция тоже имеет плато.

Результаты этой главы опубликованы в работе [4].

В заключении представлены основные результаты работы:

1. Применением метода динамических систем, для модели Изинга на решетке кагоме получены точные рекуррентные отображения для статистической суммы. Построены кривые намагниченности для модели Изинга на решетке кагоме. Показано, что при низких температурах имеется плато намагниченности при значении $m = 1/3$. Вычислена зависимость ляпуновского показателя от внешнего магнитного поля и показано, что показатель приближается к нулю. Методом динамических систем исследованы нули Янга-Ли и показано, что в ферромагнитном случае Янга-Ли нули расположены на дуге окружности [1]. Методом динамических систем исследованы фишеровские нули и найдена критическая температура фазового перехода в ферромагнитном случае при $h = 0$ [2].
2. Методом динамических систем исследованы магнитные свойства модели Изинга на одномерной решетке кагоме. Получено одномерное и двумерное рекуррентные отображения для статистической суммы. Построены графики намагниченности и показано, что эта система разбивается на четыре подрешетки с различными намагниченностями. Намагниченности на двух из подрешеток имеют плато и эти плато совпадают с плато ляпуновского индекса [3].
3. Для модели Гейзенберга с двух-, трех- и четырех-частичным обменными взаимодействиями на разных решетках, а именно, на решетке кагоме, треугольной решетке и зигзаг лестнице, рассчитана конкуренция (мера квантовой запутанности), применением метода аппроксимации средним полем, основанного на неравенстве Гиббса-Боголюбова, и показано, что ее свойства аналогичны свойствам намагниченности [4].

Литература

- [1] D. Mattis, *The theory of magnetism* (Harper and Row, New York) (1982).
- [2] J. G. Bendorz and K. A. Muller, *Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system*, Z. Phys. **B64**, 189 (1986).
- [3] Roger M. Roger, J. H. Hetherington and J. M. Delrieu, *Magnetism in solid ^3He* , Rev. Mod. Phys. **55**, 1 (1983).
- [4] E. Collin, S. Triqueneaux, R. Harakaly, M. Roger, C. Bäauerle, Yu. M. Bunkov and H. Godfrin, Phys. Rev. Lett. **86**, 2447 (2001).
- [5] M. Roger, Phys. Rev. B. **56**, R2928 (1997).
- [6] M. Roger, C. Bauerle, Yu. M. Bunkov, A.-S. Chen, and H. Godfrin, *Multiple-Spin Exchange on a Triangular Lattice: A Quantitative Interpretation of Thermodynamic Properties of Two-Dimensional Solid ^3He* , Phys. Rev. Lett. **80**, 1308 (1998).
- [7] M. Roger, Phys. Rev. B **30**, 6432 (1984).
- [8] T. A. Arakelyan, V. R. Ohanyan, L. N. Ananikyan, N. S. Ananikian, and M. Roger, *Multisite-interaction Ising model approach to the solid ^3He system on a triangular lattice*, Phys. Rev. B **67**, 024424 (2003).
- [9] C. S. O. Yokoi, M. J de Oliveira and S. R. Salinas, *Strange Attractor in the Ising Model with Competing Interactions on the Cayley Tree*, Phys. Rev. Lett. **54**, 163 (1985).
- [10] M. H. R. Tragtenberg and C. S. O. Yokoi, *Field behavior of an Ising model with competing interactions on the Bethe lattice*, Phys. Rev. E **52**, 2187 (1995).
- [11] L. N. Ananikyan, Int. J. of Mod. Phys. B **21** 755 (2007).
- [12] V. V. Hovhannisyan, L. N. Ananikyan, and N. S. Ananikian, Int. J. of Mod. Phys. B **21** 3567 (2007).
- [13] C. N. Yang, T. D. Lee, *Statistical Theory of Equations of State and Phase Transitions. I. Theory of Condensation*, Phys. Rev. **87**, 404 (1952).

- [14] T. D. Lee, C. N. Yang, *Statistical Theory of Equations of State and Phase Transitions. II. Lattice Gas and Ising Model*, Phys. Rev. **87**, 410 (1952).
- [15] M. E. Fisher, in *Lectures in Theoretical Physics*, edited by W.E. Brittin (University of Colorado Press, Boulder, CO, 1965), Vol. 7C, p. 1.
- [16] R. G. Ghulghazaryan and N. S. Ananikian, J. Phys. A: Math. Gen. **36**, 6297 (2003).
- [17] I. Bena, M. Droz and A. Lipowski, *Statistical Mechanics of Equilibrium and Nonequilibrium Phase Transitions: The Yang-Lee Formalism*, Int. J. Mod. Phys. B **19**, 4269 (2005).
- [18] L. Amico, R. Fazio, A. Osterloh and V. Vedral, Rev. Mod. Phys. **80**, 517 (2008); O. G. G. E. and G. Toth Phys. Rep. **474**, 1 (2009); R. Horodecki et. al. Rev. Mod. Phys. **81**, 865 (2009).
- [19] X. Wang, H. Fu and A. I. Solomon, J of Physics A: Math. and Gen., **34**, 11307 (2001).
- [20] C.H. Bennett and D.P. DiVincenzo, Nature **404**, 247 (2000).
- [21] S. Sachdev, Quantum Phase Transitions (Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2000).
- [22] A. Osterloh, L. Amico, G. Falci, and Rosario Fazio, Nature, London, **416**, 608 (2000).
- [23] T. J. Osborne and M. A. Nielsen, Phys. Rev. A **66**, 032110 (2002).
- [24] J. Vidal, Phys. Rev. A **73**, 062318 (2006).
- [25] S. Yi and H. Pu, Phys. Rev. A **73**, 023602 (2006).
- [26] I. Bose and A. Tribedi, Phys. Rev. A **72**, 022314 (2005).
- [27] Jun-Liang Song, Shi-Jian Gu, and Hai-Qing Lin, Phys. Rev. B **74**, 155119 (2006).
- [28] V. S. Abgaryan, N. S. Ananikian, L. N. Ananikyan and A. N. Kocharian, Physica Scripta **83** (in press) (2011).
- [29] S. Hill and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **78**, 5022 (1997), W. K. Wootters, ibid. **80**, 2245 (1998).

- [30] N. N. Bogoliubov J.Phys. (USSR) **11**, 23 (1947).
- [31] G.D. Mahan, Many-Particle Physics (Kluwer/Plenum, New York, 2000); X.-G. Wen, Quantum Field Theory of Many-Body Systems (OUP, Oxford, 2004).
- [32] Shou-Shu Gong, Gang Su, Phys. Rev. A **80**, 012323 (2009); M. Asoudeh and V. Karimipour, Phys. Rev. A. **73**, 062109 (2006).
- [33] N.S. Ananikian, L.N. Ananikyan, L.A. Chakhmakhchyan and A.N. Kocharian, J. Phys. A: Math. Theor. **44**, 025001 (2011).

Работы автора по теме диссертации

- [1] N.S. Ananikian, V.V. Hovhannisyan, and H.A. Lazaryan, *Kagome approximation for ^3He on kagome lattice with two- and three-site exchange interactions*, International Journal of Modern Physics B, **30**, pp. 5913–5927 (2010).
- [2] Г. А. Лазарян, *Фишеровские нули на решетке Хусими*, Известия НАН Армении, Физика, **46**, 2, pp. 115-123 (2011).
- [3] N. Ananikian, L. Ananikyan, R. Artuso and H. Lazaryan, *Magnetization and Lyapunov exponents on a kagome chain with multi-site exchange interaction*, Physics Letters A **374**, pp. 4084–4089 (2010).
- [4] Л.Н. Ананикян, Г.А. Лазарян, *Магнитные свойства и квантовая запутанность на декорированной зигзаг-лестнице*, Известия НАН Армении, Физика, **46**, 4, pp. 289-297 (2011).

SUMMARY

This thesis is devoted to the investigation of the Heisenberg model with multi-site exchange interactions on different lattices. The main results obtained in this work are:

1. Using dynamical system for Ising model with two- and three-site exchange interactions on kagome lattice the exact recursion relation for the partition function has been found. For different values of exchange parameters and temperature, the diagrams of magnetization are plotted and shown that magnetization properties of the model vary from ferromagnetic to antiferromagnetic depending on the value of model parameters. For antiferromagnetic case the magnetization plateau at $1/3$ of saturation field is obtained. Lyapunov exponent for recursion relation are considered and shown the absence of bifurcation points in thermodynamic limit. The Yang-Lee zeros are analyzed in terms of neutral fixed points and shown that Yang-Lee zeros of the model are located on the arcs of the circle with the unit radius. The Fisher zeroes are investigated and phase transition temperature for ferromagnetic case are obtained.

2. The Ising approximation of the Heisenberg model in a strong magnetic field, with two, three and six spin exchange interactions is studied on a kagome chain. By using dynamical approach we have found one- and multi-dimensional mappings (recursion relations) for the partition function. The magnetization diagrams are plotted and they show that the kagome chain is separating into four sublattices with different magnetizations. Magnetization curves of two sublattices exhibit plateaus at zero and $2/3$ of

the saturation field. The maximal Lyapunov exponent for multidimensional mapping is considered and it is shown that near the magnetization plateaus the maximal Lyapunov exponent also exhibits plateaus.

3. The magnetic properties and entanglement for kagome lattice using Heisenberg model with two-, and three-site exchange interactions in strong magnetic field are investigated. The magnetic properties and concurrence as a measure of pairwise thermal entanglement are studied by means of variational mean-field like treatment based on Gibbs-Bogoliubov inequality. We have found that in the antiferromagnetic region behaviour of the concurrence coincides with the magnetic susceptibility one. With absence of external magnetic field the dependence of magnetization from temperature plotted and shown that system undergo second order phase transition in some critical temperature.

4. Using Heisenberg model with two-, three- and four-site exchange interactions, by means of variational mean-field like treatment based on Gibbs-Bogoliubov inequality the magnetic properties and concurrence (measure of pairwise thermal entanglement) on decorated triangular lattice and decorated zigzag ladder are studied. We have found that in the antiferromagnetic region behaviour of the concurrence coincides with the magnetic susceptibility one. With absence of external magnetic field the dependence of magnetization from temperature plotted and shown that system undergo second order phase transition in some critical temperature.

ԱՄՓՈՓԱԳԻՐ

Արենախոսությունում ուսումնասիրված են բազմամասնիկային փոխազդեցություններով Նայգենբերգի և դրա մոֆավորությունը հանդիսացող Իզինգի մոդելների կրիտիկական վարքը և մազնիսական հատկությունները ռեկուրենս ցանցերի վրա: Աշխատանքում ստացված հիմնական արդյունքներն են.

1. Օգտվելով դինամիկ համակարգերի մեթոդից կազմեն ցանցի վրա, երկակի և եռակի փոխազդեցություններով Իզինգի մոդելի վիճակագրական գումարի համար ստացված են ճժգրիտ ռեկուրենս արտապատկերումներ: Զերմաստիճանի և փոխազդեցության հաստատունների տարբեր արժեքների համար կառուցված են մազնիսացվածության արտաքին դաշտից կախվածության գրաֆիկներ և ցույց է տրված, որ համակարգի մազնիսական հատկությունները՝ կախված փոխազդեցության հաստատուններից, կարող են փոփոխվել ֆերոմագնիսականից հակաֆերոմագնիսականի: Նակաֆերոմագնիսական դեպքում դիտվում են մազնիսական հարթակներ հազեցման մանգնիսացվածության 1/3 արժեքում: Դիտարկված է Լյապունովի ցուցիչը արտապատկերումների համար և ցույց է տրված թերմոդինամիկական սահմանում բիֆուրկացիաների բացակայությունը: Դինամիկ համակարգի մեթոդով ուսումնասիրված են Յանգ-Լիի գրոները և ցույց է տրված, որ Յանգ-Լիի գրոները գտնվում են միավոր շրջանագծի վրա: Ուսումնասիրված են Ֆիշերի գրոները և ֆերոմագնիսական դեպքում գտնված է փուլային անցման կրիտիկական ջերմաստիճանը:

2. Ուսումնասիրված է ուժեղ մազնիսական դաշտում, երկ-, եռա- և վեցմասնիկանի փոխանակային փոխազդեցությամբ Նայգենբերգի մոդելի Իզինգյան մոֆավորումը կազմելի շրջայի վրա: Դինամիկ համակարգի մեթոդով վիճակագրական գումարի համար ստացվել են միաչափ և բազմաչափ արտապատկերումներ: Կառուցված են մազնիսացվածության արտաքին մազնիսական դաշտից կախվածության

գրաֆիկներ և ցույց է տրված, որ կազմելի շրջան տրոհվում է չորս ենթացանցերի՝ տարբեր մազնիսացվածություններով: Ենթացանցերից երկուսի մազնիսացվածության կորերում առկա են մազնիսական հարթակներ հազեցման մազնիսացվածության 2/3 արժեքում: Բազմաչափ արտապատկերման համար հաշվարկված է մակսիմալ Լյապունովի ցուցիչը մազնիսական հարթակների վրա և ցույց է տրված, որ Լյապունովի ցուցիչը նույնպես ունի հարթակներ:

3. Կազմեն ցանցի վրա երկու- և եռամասնիկային փոխանակային փոխազդեցությամբ Նայգենբերգի մոդելի համար ուսումնասիրված են թվանալային խճճվածությունը և մազնիսական հատկությունները: Մրցակցությունը, որպես թվանալային խճճվածության չափ, և մազնիսական հատկությունները ուսումնասիրված են միջին դաշտով մոֆարկման մեթոդով, հիմնված Գիբբս-Բոգոլյուբովի անհավասարության վրա: Ցույց է տրված, որ մազնիսացվածությունը և մրցակցությունը դրսևորում են նմանափայ վարք: Արտաքին դաշտի բացակայության դեպքում կառուցված է մազնիսացվածության ջերմաստիճանից կախվածության գրաֆիկը և ցույց է տրված, համակարգում տեղի է ունենում երկրորդ սեռի փուլային անցման որոշակի կրիտիկական ջերմաստիճանում:

4. Օգտագործելով երկու-, երեք- և քառամասնիկայի փոխանակային փոխազդեցությամբ Նայգենբերգի մոդելը, Գիբբս-Բոգոլյուբովի անհավասարության վրա հիմնված միջին դաշտով մոֆարկման մեթոդով հաշվարկված են մրցակցությունը (թվանալային խճճվածության չափ) և մազնիսական հատկությունները դեկորացված եռանկյունային ցանցի և դեկորացված զիզզազ սանդուղքի վրա: ցույց է տրված, որ նշված ցանցերի համար մազնիսացվածությունը և մրցակցությունը դրսևորում են նմանափայ վարք: Ցույց է տրված, որ համակարգում առկա է երկրորդ սեռի փուլային անցման ջերմաստիճան, գոյական արտաքին դաշտում մազնիսացվածության ջերմաստիճանից կախվածության մեջ:

